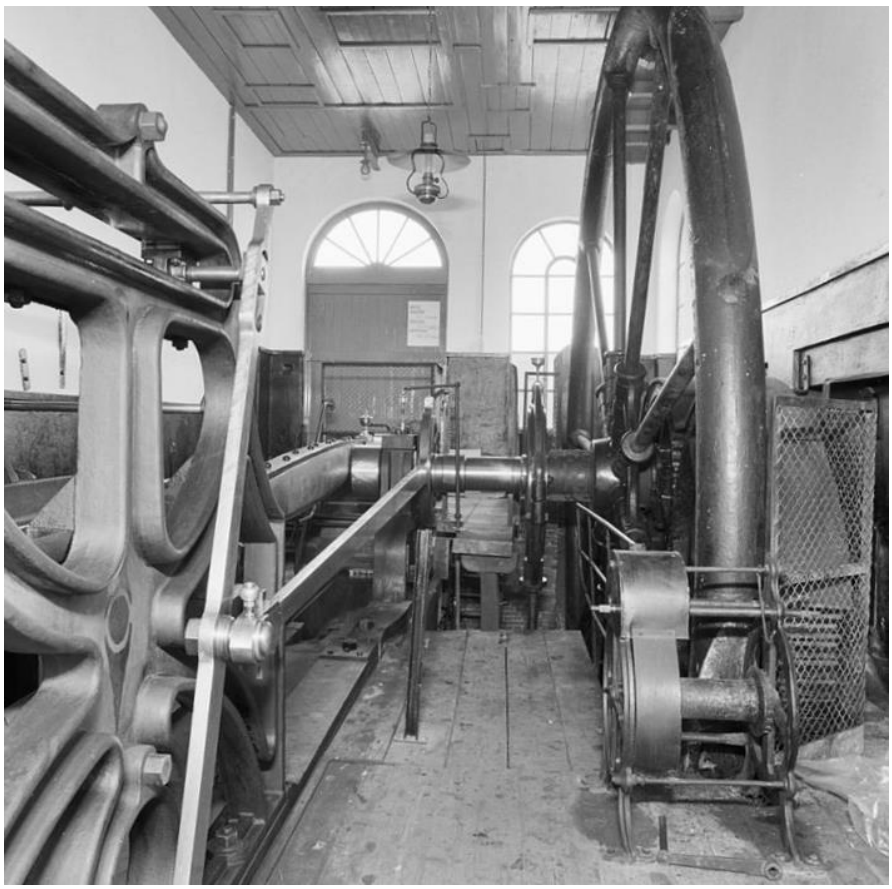
4.14.15 Vliegwiel

De tangentiaalkrachten op de kruk van een stoommachine ten gevolge van de stoomdruk in de cilinder op de zuiger, en die van de versnellingskrachten ten gevolge van de heen en weer gaande zware machinedelen zijn, verdeeld over de omwenteling van de kruk, niet even groot en hebben ook niet dezelfde richting. Dit maakt dat de machine onregelmatig loopt, wat stoten en (torsie)trillingen veroorzaakt. Met behulp van een zwaar vliegwiel op de krukas wordt deze onregelmatige gang tot acceptabele proporties gereduceerd. Het doel van een vliegwiel is dus een zodanige regelmatige gang te creëren als nodig is in relatie met de aard van het aan te drijven werktuig. Bij gemalen is dat een scheprad, een vijzel, of een zuiger- of waaierpomp. Daarnaast zorgt het vliegwiel ervoor dat het resulterende aandrijvende koppel minstens even groot is als het gevraagde koppel van het aan te drijven werktuig. Als dit niet het geval zou zijn zal de machine afslaan of niet op gang komen. Het vliegwiel vervult zodoende ook een belangrijke rol bij het opstarten, door de machine door haar dode punt en de compressie te helpen draaien.



Vliegwiel en torninrichting van het gemaal Mastenbroek

Met behulp van de bekende technische gegevens van het gemaal Mastenbroek wordt hierna een rekenvoorbeeld gegeven van het krachtenspel dat optreedt in een stoommachine en wat dit betekent voor de versnellingen en vertragingen van de zuiger, de zuigerstang, de krukstang en de draaiende delen van de machine met het bijbehorende vliegwiel.

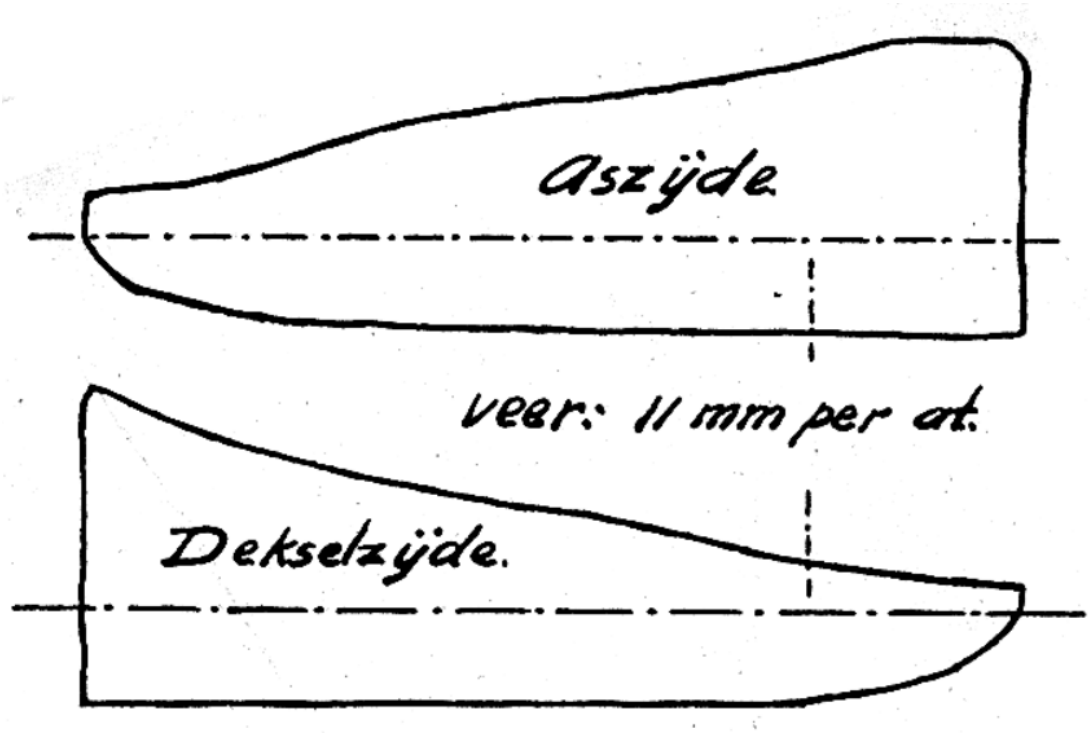
Machinegegevens

Van de stoommachine is geen constructietekening meer beschikbaar. Door opmeting en uit de originele bestekomschrijving van het gemaal zijn, voor zover deze zijn vermeld, de hoofdafmetingen van de installaties bepaald en bij de voorbeeldberekening gebruikt. Verder is gebruik gemaakt van de verhandeling uit De Ingenieur van 1940 opgesteld door professor Dresden over deze bijzondere stoommachine.

Stoommachine	
Fabricaat	Maatschappij de Atlas, Fabriek van Stoom en andere Werktuigen te Amsterdam
Bouwjaar	1856
Type	Dubbelwerkende 1-cilinder expansiestoommachine en condensatie met behulp van een injectie condensor. De stoom toe en afvoer vindt plaats met behulp van kleppen
Werkdruk	4 kg/cm² (deze druk is in de praktijk nauwelijks de helft)
Stoomsoort	Verzadigde stoom met een temperatuur van ongeveer 152 ºC
Nominaal vermogen	93 ipk (indicateur paardenkrachten) (68,5 kW)
Nominaal toerental	10 omw/min
Cilinderdiameter	736,6 mm (29”)
Zuigerslag	2.438,4 mm
Zuigerstang diameter AZ	…. mm
Zuigerstang diameter DZ	…. mm

Samenvatting machinegegevens

Hieronder worden de indicateurdiagrammen afgebeeld die zijn overgenomen uit deze verhandeling. Het hiermee berekende vermogen van de stoommachine bedraagt 93 ipk bij 10 omw/min. Het diagram is genomen met een (spring)veer op de indicateur die bij elke atmosfeer een verticale verplaatsing van 11 mm van de schrijfstift laat optekenen. Uit opmeting van het diagram blijkt dat de druk in de cilinder aan het begin van de slag slechts ongeveer 1,8 kg/cm² is en derhalve niet de volle beschikbare keteldruk van 4 kg/cm² in de cilinder optreedt. De expansie van de stoom in de cilinder begint aan DZ (dekselzijde) nagenoeg bij het begin van de slag. Aan AZ (aszijde) bij ongeveer nadat de zuiger 10 % van de slag heeft afgelegd. Uit de geringe vulling of zelfs het ontbreken ervan alsmede de sterk gereduceerde stoomdruk, 1,8 kg/cm² in plaats van de beschikbare 4 kg/cm², kan worden afgeleid dat maar een fractie van het vermogenspotentieel van de stoommachine wordt gebruikt; met andere woorden dat dit aanmerkelijk te groot is voor haar doel.



Indicateur diagrammen (niet op schaal)

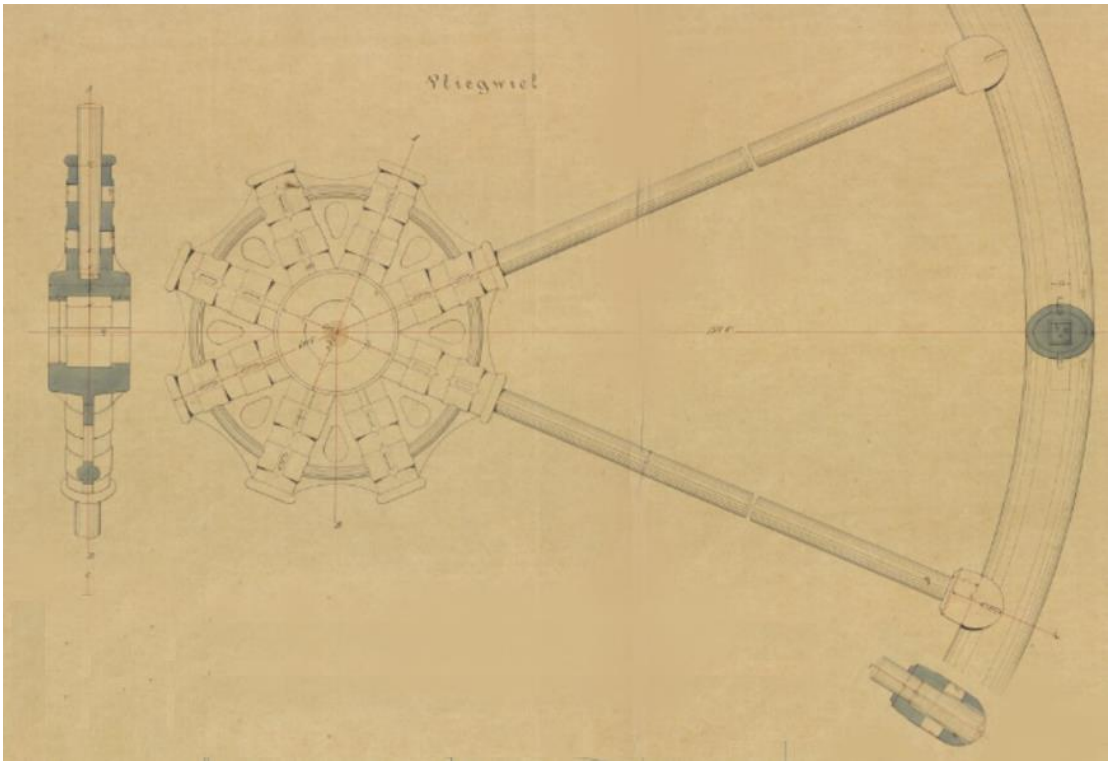
De absolute druk in de condensor, opgemeten uit het diagram, bedraagt ongeveer 0,2 kg/cm². De energie die in de stoommachine wordt opgewekt als gevolg van condensatie wordt weergegeven door het oppervlak van het diagram onder de streep-stippellijn. Uit het grote oppervlak hiervan in verhouding tot het totale oppervlak van het diagram kan worden afgeleid dat condensatie enorm bijdraagt aan de uiteindelijk geleverde energie en een slecht vacuüm een groter energieverbruik tot gevolg heeft.

Vliegwielgegevens

De naaf met daaraan de negen hulzen waarin de smeedijzeren spaken zijn bevestigd vormen één gietstuk. De negen glad bewerkte ronde smeedijzeren spaken zijn met twee dwarsspieën in de uitgeboorde hulzen vastgezet De velling heeft een diameter van 7.620 mm. De ronde doorsnede van de velling heeft een diameter van 115 mm en is opgebouwd uit negen gegoten ijzeren delen die bijeen worden gehouden door ingelaten stukken vierkant en dwarsspieën. In het midden van elk vellingsegment is een bus aangegoten waar doorheen de spaken zijn gestoken. De velg is hiertoe ter plaatse van de spaak conisch uitgeboord en voorzien van een stootrand. De spaak is verder voorzien van een conisch gedeelte en een borst. Met behulp van een dwarsspie is de spaak in bevestigd. Het vliegwiel is met vier kopspieën op de machine-as bevestigd. De as diameter bedraagt ter plaatse van de naaf van het vliegwiel 292,2 mm. Een en ander samengebouwd zoals in de tekening op de volgende bladzijde is weergegeven.

Met aan zekerheid grenzende waarschijnlijkheid is het vliegwiel in onderdelen aangevoerd en ter plaatse samengesteld. De genoemde dwarsspieën werden na montage, om loswerken te voorkomen, (koud) geklonken.

Het complete vliegwiel weegt ongeveer 16.000 kg waarvan ongeveer 4.500 kg voor rekening komt van de naaf en de spaken.



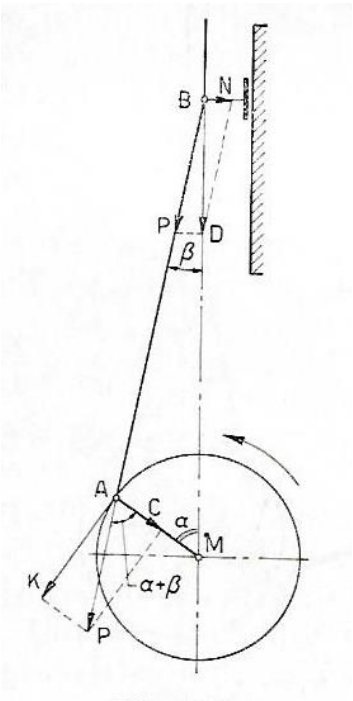
Vliegwielconstructie volgens Maatschappij De Atlas

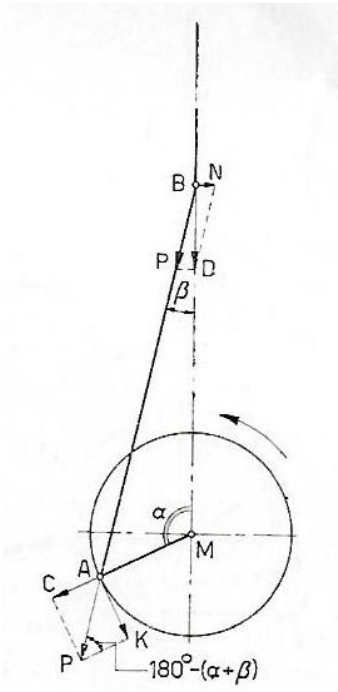
Samenvatting vliegwielgegevens

Velg-diameter	7.620 mm
Velg-doorsnede	Ø 300 mm
Aantal spaken/diameter	9 stuks met een diameter van Ø 115 mm
As diameter	292 mm
Gewicht velg	11500 kg
Gewicht naaf en spaken	4500 kg
Gewicht totaal	16.000 kg
Massatraagheidsmoment	17.000 kgmsec^2

Omtreks- en leibaankrachten

In onderstaande figuur is schematisch het samenstelsel van de zuigerstang, het kruishoofd, de drijfstang en de kruk van een verticaal opgestelde zuigerstoommachine weergegeven, waarbij de kruk op een willekeurige hoek α uit de topstand is weergegeven. In dit schema, dat overigens ook geldt voor een horizontaal opgestelde machine zijn de verschillende krachten en de ontbondenen daarvan weergegeven en met een letter aangeduid.





Constructie van de omtrekkracht

Met behulp van dit schema zijn van de stoommachine van het stoomgemaal Mastenbroek de omtrekkrachten K met en zonder de versnellingskrachten berekend en op de uitgeslagen krukcirkel uitgezet. Hiervoor zijn, zonder deze hier af te leiden, de hieronder volgende formules gebruikt. De drukken zijn door opmeten en verschaling afgeleid van de hiervoor gegeven indicateurdiagrammen van de desbetreffend machine.

Kracht D op de zuigerstang:

$$D = \frac{\pi}{4}\, d^2 . (p_1 - p_2) \ \ [kg]$$

Hierin is:
d de zuigerdiameter in cm;
p_1 en p_2 de drukken boven en onder respectievelijk voor en achter de zuiger in kg/cm².

De kracht N op de leibaan:

$$N = \frac{R}{L} . D . \sin\alpha = \frac{\pi}{4}\, d^2 . \frac{R}{L}\, (p_1 - p_2) \sin\alpha \, [kg]$$

Hierin is:
R de krukstraal in m
L de drijfstanglengte in m

Kracht P op de krukstang

$$P = \frac{D}{\cos\beta} \quad [kg]$$

Omtrekkracht K

$$K = D.\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\mathrm{Cos}\,\beta} \quad [kg]$$

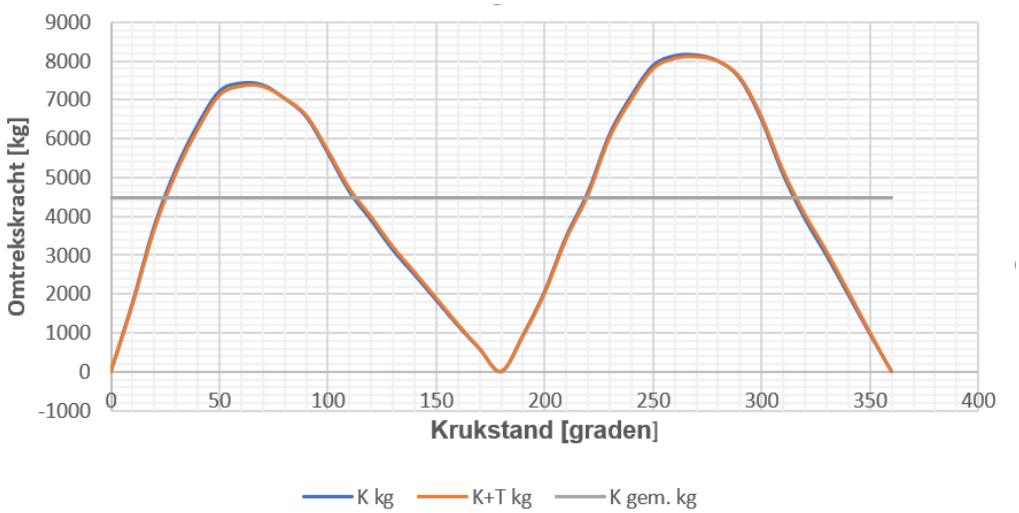
Traagheidskracht T als gevolg van de versnelling danwel vertraging

$$T = m.a = \frac{G}{g}.a = \frac{G}{g}.\left(\frac{2\pi n}{60}\right)^2 R\left(\cos\alpha + \frac{R}{L}\cos 2\alpha\right) \quad [kg]$$

Vereenvoudigd omdat g (9,81) en π^2 (9,87) tegen elkaar wegvallen

$$T = \frac{G.n^2.R}{900}\left(\cos\alpha + \frac{R}{L}\cos 2\alpha\right) \quad [kg]$$

Hierin is:
G het gewicht van de heen en weer gaande delen
Door de massatraagheid T algebraïsch, dus met inachtname van de richting van de krachten, bij de stangkracht D op te tellen krijgt men D' waaruit de werkelijke omtrekskracht, hier K+T genoemd, kan worden berekend.
Uit de in de bijlage van deze leidraad weergegeven berekening en de hiervan gemaakte en hieronder weergegeven grafiek blijkt dat als gevolg van het lage toerental van de machine deze krachten nodig voor de versnelling en omgekeerd de vertraging nauwelijks van invloed zijn op de omtrekskracht. De blauwe en de oker kleurige lijn in onderstaande grafiek vallen daarom bijna samen.



Tangentiaalkrachten langs uitgeslagen krukcirkel

In de figuur op de voorgaande bladzijde stelt het oppervlak, boven de grijze lijn van de gemiddelde omtrekkracht, het arbeidsoverschot voor. Dit overschot wordt in de vorm van arbeidsvermogen van beweging opgeslagen in het vliegwiel en afgestaan door dat vliegwiel aan de machine-as op het moment dat zich een tekort aandient. Dit laatste wordt voorgesteld door het gedeelte onder de grijze lijn tussen en naast de twee parabolen.

Zuigersnelheid

In de beide uiterste standen van de kruk staat de zuiger stil. Bij elke stand van de kruk en uiteraard ook de zuiger kan de snelheid berekend worden. Als de kruk van de stoommachine met een eenparige snelheid van 10 omw/min ronddraait en de drijfstang is oneindig lang dan is de snelheid c'_z van de zuiger zoals met de okerkleurige lijn is aangegeven. De hoogste snelheid, wordt dan bereikt bij de krukhoeken van 90 en 270 º gerekend vanaf de dekselzijde van de stoommachine. Houdt men wel rekening met de eindige lengte van de drijfstang dan is de hoogste snelheid c_z iets groter en verschuift in de figuur ongeveer 10º naar links en zal bij 80 en 280 º komen te liggen. Bij de berekening van de zuigersnelheden is gebruik gemaakt van de volgende formules.

De gemiddelde zuigersnelheid c_z :

$$c_z = \frac{2.S.n}{60} = \frac{S.n}{30} \quad [m/sec]$$

Hierin is:
S de zuigerslag in m
n het gemiddelde toerental in omw/min

De gemiddelde hoeksnelheid van de kruk ω:

$$\omega = \frac{2.\pi.n}{60} \quad [rad/sec]$$

De afgelegde weg z van de zuiger met een eindige drijfstang lengte is:

$$z = R(1 - \cos\alpha) + \frac{R^2}{2L}.\ \sin^2\alpha \quad [m]$$

Hierin is:
R de straal van de kruk in m
L de lengte van de drijfstang in m

Is de drijfstang (oneindig) lang dan kan de laatste term in de formule, de zogenoemde drijfstangfout verwaarloosd worden en verkrijgt men voor de afgelegde zuigerweg z':

$$z' = R(1 - \cos\alpha) \quad [m]$$

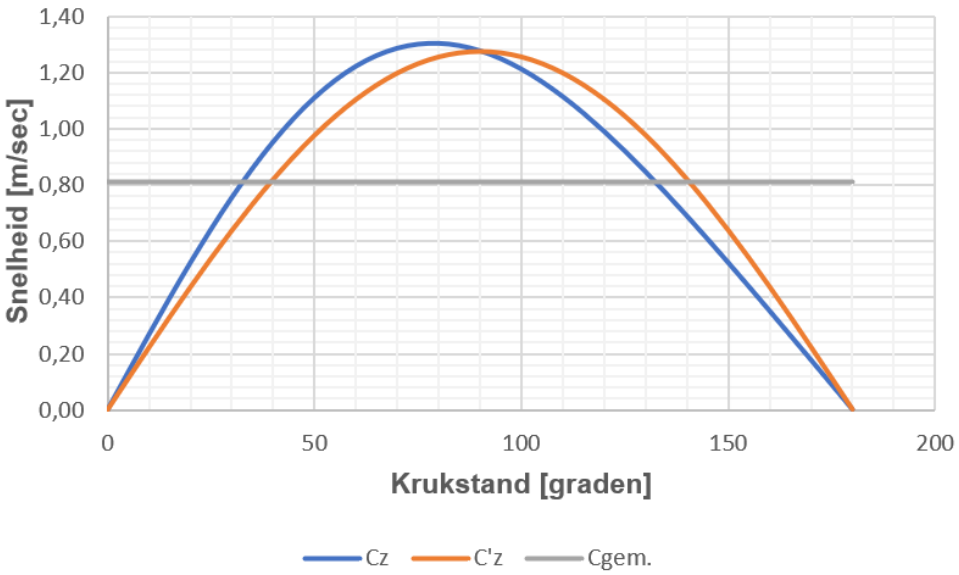
Met behulp van bovenstaande formules kan de volgende formule voor de momentane snelheid langs de kruk of langs de zuigerweg worden afgeleid.
De snelheid c_z bij een eindige drijfstanglengte bedraagt dan:

$$c_z = \omega \,.\, R\left(\sin\alpha + \frac{R}{2L} \,.\, \sin\ 2\alpha\right)\ [\mathrm{m/sec}]$$

Wordt geen rekening gehouden met de drijfstangfout dan kan de momentane snelheid c'_z berekend worden met de volgende formule:

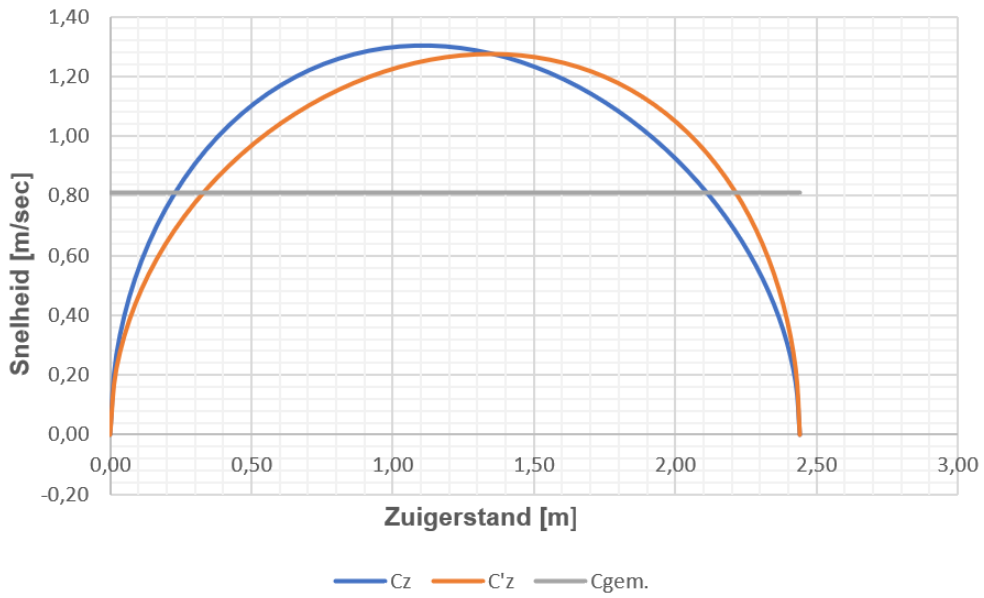
$$c'_z = \omega \,.\, R.\sin\alpha\ \ [\mathrm{m/sec}]$$

De snelheid bij een oneindige drijfstanglengte of wat men ook een verwaarloosbare drijfstangfout noemt:



Zuigersnelheid in relatie tot stand van de kruk

Zet men de momentane zuigersnelheid c_z en c'_z uit tegen de stand van de zuiger dus de slag, dan zien we dat de snelheidstoename en -afname het grootst is aan het begin en aan het einde van de slag.



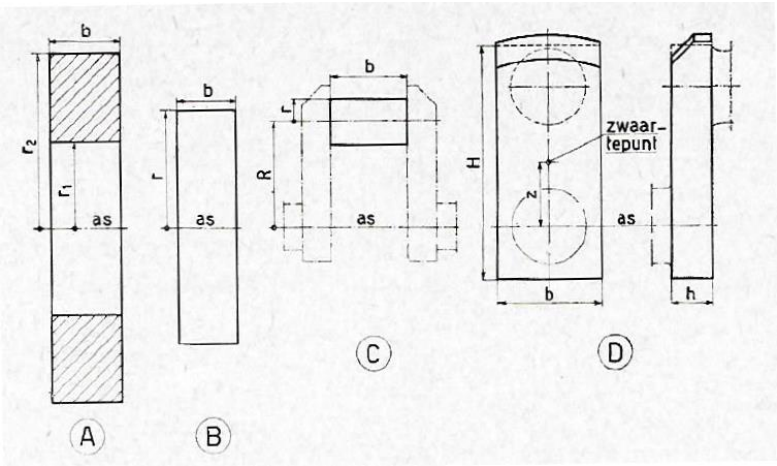
Zuigersnelheid in relatie tot slag

Uit de afbeelding hiervoor van de tangentiaal- of omtrekkracht en de krukstand blijkt dat dientengevolge het draaimoment dat de machine levert veranderlijk van grootte is. Zou nu het uitwendige draaimoment, dat door de machine moet worden overwonnen, hetzelfde verloop hebben, dan zou er op elk moment evenwicht zijn tussen beide momenten en zou de aandrijfas eenparig ronddraaien. Dit gunstige theoretische geval doet zich in de praktijk niet voor. Het geleverde draaimoment zal afwisselend groter en kleiner zijn dan het uitwendige draaimoment. Het gevolg is, dat er hoekversnellingen en -vertragingen optreden die periodiek zijn en zich bij een dubbelwerkende stoommachine telkens twee keer per omwenteling herhalen. De belangrijkste taak van het vliegwiel is nu om de daaruit voortvloeiende variaties in hoeksnelheid binnen beperkte grenzen te houden. Door deze variaties in hoeksnelheid kan het vliegwiel arbeidsvermogen opnemen of afgeven.

Het vliegwiel is als gevolg van de veranderlijke draaimomenten van een machine steeds werkzaam, dus ook als de belasting (het gemiddelde draaimoment) van de machine constant is. Dit in tegenstelling met een regulateur (bij gemaal Mastenbroek niet aanwezig) die de taak heeft om de variaties in hoeksnelheid ten gevolge van de veranderlijke belasting te beperken. Bij plotselinge belastingveranderingen van de stoommachine zal het vliegwiel de taak van de regulateur ondersteunen, met het arbeidsvermogen dat in de vorm van kinetische of bewegingsenergie beschikbaar is. Het toerental van de machine zal daardoor minder snel veranderen zodat de regulateur tijd heeft het regelmechanisme van de stoomschuif of klep te verstellen zodat de stoom toevoer wordt aangepast aan de belasting. In sommige gevallen (niet bij het gemaal Mastenbroek) is het vliegwiel bovendien nodig om de machine door de compressie heen te helpen.

Vliegwiel

De eigenschap van het vliegwiel maar ook van de andere roterende delen van de stoommachine om kinetische energie op te nemen en af te staan wordt in de techniek uitgedrukt met de letter I het zogenoemde massatraagheidsmoment.



Maataanduiding roterende delen

Voor een vliegwiel, voorbeeld A, dat is te beschouwen als een ring met een rechthoekige of in het geval van gemaal Mastenbroek ronde doorsnede, die op een bepaalde afstand om een rechte as draait luidt de formule voor het massatraagheidsmoment I als volgt:

$$I = \frac{G_v}{2g}(r_2^2 + r_1^2) \ \ [\mathrm{kgmsec^2}]$$

Waarbij:

G_v = gewicht van de velg in kg

r_1 = straal van de binnendiameter in m

r_2 = straal van de buitendiameter in m

g = 9,81 de zwaartekracht in m/sec^2

Voor een cilindrische schijf bijvoorbeeld een ashals of koppelflens, voorbeeld B, wordt de massatraagheid ten opzichte van de rotatiehartlijn:

$$I = \frac{G_s\, r^2}{2g} \ \ [\mathrm{kgmsec^2}]$$

Waarbij G_s het gewicht van de schijf is in kg.

Het massatraagheidsmoment van een massieve krukpen, voorbeeld C, ten opzichte van de hartlijn is:

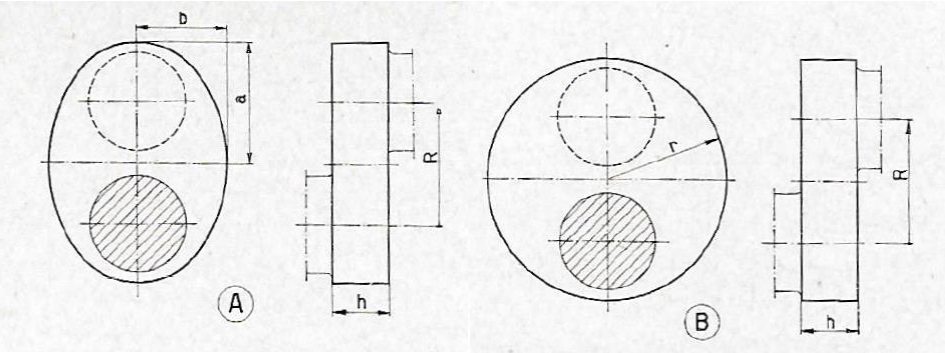
$$I = \frac{G_k}{2g}\left(R^2 + \frac{r^2}{2}\right) \ \ [\mathrm{kgmsec^2}]$$

Waarbij G_k het gewicht van de krukpen is in kg.

Het massatraagheidsmoment van een krukwang, voorbeeld D, in de vorm van een rechthoekig parallellepipedum ten opzichte van de hartlijn van de krukas is:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{G_w}}{2\mathrm{g}}\left(z^2 + \frac{b^2 + H^2}{12}\right) \ [\mathrm{kgmsec^2}]$$

Waarbij:
G_w = gewicht van de krukwang in kg.
z = afstand van het zwaartepunt van de wang tot de hartlijn van de krukas in m.



Maataanduiding roterende delen

Voor de massatraagheid van een elliptische krukwang, voorbeeld A, kan worden geschreven:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{G_w}}{4\mathrm{g}}(\mathrm{R}^2 + \mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2) \ [\mathrm{kgmsec^2}]$$

Voor de massatraagheid van een cirkelvormige wang, voorbeeld B, luidt de formule:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{G_w}}{4\mathrm{g}}(\mathrm{R}^2 + 2\mathrm{r}^2) \ [\mathrm{kgmsec^2}]$$

Met behulp van bovenstaande gegevens kan men de massatraagheid van de afzonderlijke roterende delen bepalen. Door deze bij elkaar op te tellen vindt men de totale massatraagheid. Voor het vliegwiel van het stoomgemaal Mastenbroek is een dergelijke berekening uitgevoerd en in de bijlage van deze leidraad opgenomen.
Omdat het massatraagheidsmoment toeneemt met het kwadraat van de straal waarop zich het gewicht bevindt zullen de zich dicht bij de as van rotatie bevindende gewichten nauwelijks bijdragen aan het traagheidsmoment. In de berekening wordt dit geïllustreerd bij de naaf en de spaken. Deze hebben nagenoeg hetzelfde gewicht, echter omdat de straal van de zwaartepuntcirkel van de naaf aanzienlijk kleiner is dan dat van de spaken is de bijdrage aan het massatraagheidsmoment verwaarloosbaar.
Voor vliegwielen, maar ook voor dynamoankers, enz., treft men in de vakliteratuur de uitdrukking GD^2 aan. Desgevraagd wordt deze waarde door de fabrikant van de machine berekend en

opgegeven. Het verband met het daarmee overeenkomende massatraagheidsmoment I is als volgt te bepalen. Zou het gehele gewicht van het vliegwiel of bijvoorbeeld het dynamoanker zich op een traagheidsstraal R bevinden, dan zou het massatraagheidsmoment zijn:

$$I = \frac{G}{g} R^2 \ \ [\mathrm{kgmsec}^2]$$

Omdat D de betekenis heeft van de dubbele traagheidsstraal dus:

$$R = \frac{D}{2} \ [\mathrm{m}]$$

Volgt hieruit:

$$I = \frac{GD^2}{4g} \ \ [\mathrm{kgmsec}^2]$$

Of:

$$GD^2 = I \,.\, 4\,g \ \ [\mathrm{kgmsec}^2]$$

De dubbele traagheidstraal uit het voorbeeld bedraagt dus:

$$D = \sqrt[2]{\frac{I \,.\, 4\,g}{G}} \ [\mathrm{m}] \ \ \text{of:} \ \ D = \sqrt[2]{\frac{17000 \text{ x } 4 \text{ x } 9{,}81}{16000}} = 6{,}45 \ [\mathrm{m}]$$

Men moet er op bedacht zijn dat de gevonden diameter die van de dubbele traagheidstraal is van het gehele vliegwiel en niet die van de velg van dit onderdeel.

Hiervoor is aangegeven dat gedurende het arbeidsproces in de stoommachine het arbeidsoverschot tijdelijk wordt opgeslagen in het vliegwiel om later weer te worden afgegeven. Als dit arbeidsoverschot bekend is kan hieruit het massatraagheidsmoment en vervolgens het gewicht en de afmetingen van het vliegwiel worden berekend. Omgekeerd, en dat is bij het stoomgemaal Mastenbroek het geval, kan met behulp van bekende gegevens van het massatraagheidsmoment het gemiddelde hoeksnelheid (toerental) en de maximale oneenparigheid van de machine het arbeidsoverschot A berekenen. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de volgende vergelijkingen.

Arbeidsoverschot:

$$A = I_m . \omega_m^2 . \delta = 17000 \,.\left(\frac{2 \,.\, \pi \,.\, 10}{60}\right)^2 .\, 0{,}32 \ = 5960 \ \ [\mathrm{kgm}]$$

Hoeksnelheid:

$$\omega = \frac{2 . \pi . n}{60} \quad [\mathrm{rad/sec}]$$

Gemiddelde hoeksnelheid:

$$\omega_m = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = \frac{\frac{2 . \pi . 11{,}6}{60} + \frac{2 . \pi . 8{,}4}{60}}{2} = \frac{2 . \pi . 10}{60} \quad [\mathrm{rad/sec}]$$

On-eenparigheidsgraad:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_m} = \frac{\frac{2 . \pi . 11{,}6}{60} - \frac{2 . \pi . 8{,}4}{60}}{\frac{2 . \pi . 10}{60}} = 0{,}32 \ [\mathrm{zonder\ dimensie}]$$

Hierin is:

A = Arbeidsoverschot in kgm.

I_m = Massatraagheidsmoment van het vliegwiel in kgmsec².

ω_m^2 = Het kwadraat van de gemiddelde hoeksnelheid in rad²/sec².

δ = On-eenparigheidsgraad bepaald door de maximale en de minimale en gemiddelde hoeksnelheid

Uit bovenstaande beschrijving kan worden afgeleid dat de diameter van een vliegwielvelg kwadratisch bijdraagt aan de massatraagheid en dat daarom om gewicht te besparen in verhouding tot de afmetingen van de stoommachine zelf zeer grote vliegwielen worden aangetroffen bij de (oude) stoommachines van gemalen. Een vliegwiel dat een bepaalde massatraagheid moet hebben zal daarom lichter zijn naar mate men de diameter groter maakt. Echter ten gevolge van de door de centrifugaalkracht opgewekte materiaalspanningen is de maximale toelaatbare omtreksnelheid en daarmee de diameter beperkt. Deze bedraagt bij vliegwielen met spaken en vervaardigd van:

Gietijzer: 40 m/sec, dus als n wordt uitgedrukt in omwentelingen per minuut:

$$D_{max} = \frac{40 . 60}{n . \pi} = \frac{765}{n} [\mathrm{m}]$$

Gietstaal: 75 m/sec, dus:

$$D_{max} = \frac{75 . 60}{n . \pi} = \frac{1430}{n} [\mathrm{m}]$$

De hiervoor aangeduide middelpuntvliedende kracht of centrifugaalkracht K_c wordt berekend met de volgende formule.

$$K_c = \frac{G}{g} \,.\, R \,.\, \omega^2 = m \,.\, R \,.\, \omega^2 \ [kg]$$

Of

$$K_c = \frac{m \,.\, v^2}{R} \ \ [kg]$$

Hierin is:
G het gewicht in kg
g de zwaarte kracht in m/sec²
m de totale massa van het lichaam in kg
R de voerstraal van het zwaartepunt in m
v de snelheid van het zwaartepunt in m/sec

Als gevolg van het lage toerental van de stoommachine uit het voorbeeld en de dientengevolge relatief lage hoeksnelheid wordt de hiervoor aangegeven norm meer dan ruimschoots onderschreden en is er zelfs bij een exorbitante overschrijding van het toerental geen gevaar voor het zogenoemde exploderen van het vliegwiel.